

تعداد سوالات: تستی: ۲۴ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: احتمال ۲

www.PnuNews.com

www.PnuNews.Net

رشته تحصیلی/کد درس: آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۷۱۵۴

۱- تابع توزیع توام  $(X, Y)$  به صورت زیر است.

$$f(X, Y) = \begin{cases} (1-e^{-x^p})(1-e^{-y}) & x, y > 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

مقدار  $P(X < 2, Y < 4)$  کدام است؟

- ۰/۹۶ .۱      ۰/۱۵ .۳      ۰/۰۹ .۲      ۰/۷۶ .۴

۲- تابع چگالی حاشیه ای  $X$  کدام است؟

$$F_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} \frac{3}{4}(x+y) & 0 < x, y < 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

- ۰.۱  $f_x(x) = \frac{3}{4}(1-x)^2, 0 < x < 1$       ۰.۲  $f_x(x) = \frac{3}{4}(1-x^p), 0 < x < 1$
- ۰.۳  $f_x(x) = 3(1-x^p), 0 < x < 1$       ۰.۴  $f_x(x) = 3(x + \frac{1}{4}), 0 < x < 1$

۳- تابع چگالی توام  $(X, Y)$  به صورت زیر است:

$$f(x, y) = \begin{cases} k & 0 < x < y < 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

مقدار  $k$  کدام است؟

- ۰/۱۵ .۱      ۱ .۲      ۲ .۳      ۰/۷۵ .۴

۴- تابع چگالی توام  $(X, Y)$  به صورت  $f(x, y) = \begin{cases} 2 & 0 < x \leq y \leq 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$  است. مقدار  $E(X|Y=y)$  چقدر است؟

- ۰.۱  $\frac{y}{2}$       ۰.۲  $\frac{1}{y}$       ۰.۳  $\frac{1}{2y}$       ۰.۴  $y$

۵- اگر طول عمر یک نوع لامپ دستگاہی دارای توزیع نمایی با میانگین عمر ۵ روز باشد. پس از سوختن این لامپ، لامپی

همانند جایگزین می شود احتمال این که در مدت ۲۰۰ روز بیش از ۴۰ لامپ مورد نیاز باشد چقدر است؟

- ۰.۱  $\frac{2}{3}$       ۰.۲  $\frac{1}{2}$       ۰.۳  $\frac{1}{3}$       ۰.۴  $\frac{1}{4}$

تعداد سوالات: تستی: ۲۴ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: احتمال ۲

www.PnuNews.com

www.PnuNews.Net

رشته تحصیلی/کد درس: آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۷۱۵۴

۶- کدام عبارت در مورد قانون قوی اعداد بزرگ صحیح است؟

۱. با احتمال ۱، به ازای یک مقدار مثبت  $\mathcal{E}$ ،  $\left| \sum_{i=1}^n \frac{X_i}{n} - \mu \right|$  به تعداد نامتناهی از دفعات بزرگتر از  $\mathcal{E}$  است

۲. برای مقدار ثابت  $n$ ، با احتمال زیاد  $\left| \sum_{i=1}^n \frac{X_i}{n} \right|$  به  $\mu$  نزدیک می شود

۳. وقتی  $n \rightarrow \infty$  با احتمال ۱ به ازای  $\mu$  نامتناهی داریم  $\sum_{i=1}^n \frac{X_i}{n} \rightarrow \mu$

۴. متوسط دنباله ای از متغیرهای تصادفی مستقل هم توزیع، با احتمال ۱، به میانگین توزیع مشترک می گراید.

۷- اگر  $X_1, \dots, X_5$  متغیرهای تصادفی مستقل با توزیع یکسان نمایی با پارامتر  $\lambda$  باشند.  $p(\text{Min}(x_i) \leq a)$  چقدر است؟

۱.  $1 - e^{-5\lambda a}$       ۲.  $e^{-5\lambda a}$       ۳.  $(1 - e^{-\lambda a})^5$       ۴.  $1 - e^{-\lambda a}$

۸-  $E[X \ E(Y|X)]$  برابر است با:

۱.  $E(x)E(y)$       ۲.  $E(xy)$       ۳.  $E(x)E(y|x)$       ۴.  $E(x)$

۹- اگر  $(X|Y \sim p(Y))$  و  $Y \sim p(1)$  آنگاه  $E(X)$  کدام است؟

۱.  $\frac{1}{2}$       ۲.  $\frac{3}{2}$       ۳.  $\frac{2}{3}$       ۴. ۱

۱۰- اگر  $X_1, \dots, X_n$  یک نمونه تصادفی از توزیع پواسن باشند وقتی که  $n \rightarrow \infty$  توزیع  $W$  به سمت چه توزیعی میل می کند؟

$$Y = \sum_{i=1}^n X_i \quad \left( w = \frac{Y - n\lambda}{\sqrt{n\lambda}} \right)$$

۱.  $N(0,1)$       ۲.  $U(0,1)$       ۳.  $B(y, \frac{1}{2})$       ۴.  $P_o(n\lambda)$

تعداد سوالات: تستی: ۲۴ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: احتمال ۲

www.PnuNews.com

www.PnuNews.Net

رشته تحصیلی/کد درس: آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۷۱۵۴

۱۱- اگر  $X_1, \dots, X_n$  متغیرهای تصادفی مستقل با توزیع  $u(\cdot, \theta)$  باشند. چگالی  $Y_n = \max(X_i)$  کدام است؟

۱.  $n\left(\frac{y}{\theta}\right)^{n-1}$       ۲.  $n\frac{1}{\theta}\left(1-\frac{y}{\theta}\right)^{n-1}$       ۳.  $n\left(1-\frac{y^{n-1}}{\theta^n}\right)$       ۴.  $(n-1)\left(\frac{y}{\theta}\right)^n$

۱۲- تابع مولد گشتاورهای  $(X, Y)$  برابر  $\exp\left[\frac{(t_1^2 + t_2^2)}{2}\right]$  است. توزیع  $Y$  کدام است؟

۱.  $N(0, 1)$       ۲.  $N(1, 1)$       ۳. مربع کای      ۴. تی استودنت

۱۳- اگر متغیر تصادفی  $X$  دارای تابع چگالی  $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ ;  $x = 1, 2, 3, \dots$  باشد در این صورت تابع چگالی

$y = (-1)^x$  کدام است؟

۱.  $f_y(1) = \frac{1}{2}, y = 0, 1$       ۲.  $f_y(1) = \frac{1}{3}, f_y(-1) = \frac{2}{3}$

۳.  $f_y(y) = \left(\frac{1}{2}\right)^{Lny}, y = 1, 2, 3$       ۴.  $f_y(y) = -Lny, 0 < y < 1$

۱۴- اگر  $X$  یک متغیر تصادفی نامنفی با تابع چگالی  $f$  باشد تابع چگالی  $e^{-x}$  کدام است؟

۱.  $\frac{f(Lnx)}{x}$       ۲.  $\frac{f(xLnx)}{x}$       ۳.  $\frac{f(x)}{x}$       ۴.  $\frac{f(-Lnx)}{x}$

۱۵- متغیر تصادفی  $X$  دارای توزیع یکنواخت در فاصله  $(0, a)$  است. اگر  $Y = a + (b-a)X$  باشد که  $a, b$  ثابتهای دلخواهند. کدام رابطه صحیح است؟

۱.  $Y$  دارای توزیع یکنواخت در  $(a, b)$  است      ۲.  $X$  و  $Y$  میانگین های مساوی دارند

۳.  $X$  و  $Y$  توزیع های یکسان دارند      ۴.  $X$  و  $Y$  مستقل هستند

۱۶- اگر  $(Y \sim P(2), X \sim P(1))$  دو متغیر تصادفی مستقل از هم باشند مقدار  $P\left(\frac{X+Y}{2} \geq 1\right)$  کدام است؟

۱.  $1 - 4e^{-3}$       ۲.  $4e^{-3}$       ۳.  $e^{-3}$       ۴.  $1 - e^{-3}$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۴ تشریحی: ۵

www.PnuNews.com

www.PnuNews.Net

عنوان درس: احتمال ۲

رشته تحصیلی/کد درس: آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۷۱۵۴

۱۷- اگر متغیر تصادفی  $X$  دارای تابع چگالی احتمال  $f(x) = \theta x^{\theta-1}$  باشد. آنگاه میانگین و واریانس  $Y = -\ln x$  (به ترتیب از راست به چپ) کدام است؟

۱.  $\theta^2, \theta$       ۲.  $\frac{1}{\theta}, \frac{1}{\theta^2}$       ۳.  $\frac{1}{\theta^2}, \frac{1}{\theta}$       ۴.  $\theta, \theta^2$

۱۸- اگر  $X_1, X_2, \dots, X_{10}$  متغیرهای تصادفی مستقل و دارای توزیع پواسن باشند آنگاه توزیع شرطی  $X_1$  به شرط معلوم بودن  $Y = \sum_{i=1}^{10} X_i$  کدام است؟

۱. هندسی با پارامتر  $\frac{1}{10}$       ۲. پواسن با پارامتر  $\sum_{i=1}^{10} i$

۳. دوجمله ای منفی با پارامترهای ۱۰ و  $\frac{1}{10}$       ۴. دوجمله ای با پارامترهای  $Y$  و  $\frac{1}{10}$

۱۹- فرض کنید،  $x \sim Bin(6, \frac{1}{2})$  و  $x \sim Bin(4, \frac{1}{2})$  و مستقل باشند. امیدریاضی  $Z = X - Y + 2$  کدام است؟

۱. ۳      ۲. ۲      ۳. ۱      ۴. ۷

۲۰- تاس نامتقارنی را که احتمال آمدن عدد  $i$  با آن متناسب با  $i$  است ۱۰ بار می اندازیم. اگر  $X_i; i = 1, 2, \dots, 6$  تعداد دفعاتی را نشان دهد که عدد  $i$  بر روی تاس ها ظاهر شده باشد. احتمال این که چهار بار ۲، پنج بار ۳ و یک بار ۵ بیاید چقدر است؟

۱.  $1260 \left(\frac{4}{21}\right)^2 \left(\frac{5}{21}\right)^3 \left(\frac{1}{21}\right)^5$       ۲.  $1260 \left(\frac{2}{21}\right)^4 \left(\frac{3}{21}\right)^5 \left(\frac{5}{21}\right)$

۳.  $10! \left(\frac{4}{21}\right)^3 \left(\frac{5}{21}\right)^3$       ۴.  $10! \left(\frac{4}{21}\right)^3 \left(\frac{5}{21}\right)^2 \left(\frac{3}{21}\right)^5$

۲۱- عددی به تصادف از بازه (۰،۱) انتخاب می کنیم و آن را با  $X$  نشان می دهیم. اگر  $X=x$  سکه ای را که احتمال آمدن شیر با آن برابر  $x$  است،  $n$  بار می اندازیم. احتمال این که  $k$  بار شیر بیاید چقدر است؟

۱.  $\frac{k}{n}$       ۲.  $\frac{n}{n+1}$       ۳.  $\frac{1}{n+1}$       ۴.  $\frac{nk}{n+1}$

تعداد سوالات: تستی: ۲۴ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱: یک

عنوان درس: احتمال ۲

www.PnuNews.com

www.PnuNews.Net

رشته تحصیلی/کد درس: آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۷۱۵۴

۲۲- اگر متغیر تصادفی  $X$  دارای توزیع نرمال استاندارد باشد. توزیع  $Y = x^2$  کدام است؟

$E\left(\frac{1}{2}\right)$  .۴       $N(0, 1)$  .۳       $x^2(2)$  .۲       $\Gamma\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$  .۱

۲۳- اگر متغیر تصادفی  $X$  دارای تابع مولد گشتاور  $M_x(t) = e^{t+t^2}$  باشد. توزیع  $Y = 3X$  کدام است؟

$N(3, 18)$  .۴       $\Gamma\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$  .۳       $\Gamma(3, 3)$  .۲       $N(1, 2)$  .۱

۲۴- اگر متغیرهای تصادفی  $X$  و  $Y$  دارای تابع چگالی توأم زیر باشند  $COV(X, Y)$  چقدر است؟

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{2}{x} e^{-2x} & 0 < x < y \leq x \\ 0 & \text{Otherwhere} \end{cases}$$

$1$  .۴       $\frac{1}{8}$  .۳       $\frac{1}{2}$  .۲       $\frac{1}{4}$  .۱

تعداد سوالات: تستی: ۲۴ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: احتمال ۲

www.PnuNews.com

www.PnuNews.Net

رشته تحصیلی/کد درس: آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۷۱۵۴

سوالات تشریحی

۱.۴۰ نمره

۱- قضیه حد مرکزی را بیان کنید.

۱.۴۰ نمره

۲- فرض کنید  $X$  و  $Y$  متغیرهای تصادفی مستقل باشند بطوری که  $X$  دارای توزیع دو جمله ای با پارامترهای ۳ و  $\frac{1}{3}$  وو  $Y$  دارای توزیع دو جمله ای با پارامترهای ۲ و  $\frac{1}{2}$  باشد.  $p(x=y)$  را بیابید.

۱.۴۰ نمره

۳- اگر  $(X, Y)$  دارای تابع چگالی شرطی  $f_{Y|X}(y|x) = I_{(xx+1)}(y)$  باشد و داشته باشیم  $f_X(x) = I_{(0,1)}(x)$  در این صورت  $P(X+Y < 1)$  را بیابید.

۱.۴۰ نمره

۴- اگر  $X, Y$  متغیرهای تصادفی پیوسته با تابع چگالی توأم  $f_{X,Y}$  باشند و  $Z=X+Y$  نشان دهید.

$$f_Z(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_{X,Y}(x, z-x) dx$$

۱.۴۰ نمره

۵- اگر  $f_{X,Y}(x,y) = e^{-(x+y)} I_{(0,\infty)}(X) I_{(0,\infty)}(Y)$  چگالی توأم  $X$  و  $X+Y$  را بیابید.