

سری سوال: یک ۱

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

www.PnuNews.com

www.PnuNews.Net

عنوان درس: رگرسیون، رگرسیون ۱

رشته تحصیلی/کد درس: آمار، آمارریاضی ۱۱۱۷۰۳۶ - آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۷۱۶۳

استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است

۱- برای دو متغیر تصادفی  $X, Y$  داریم:

۱. کوواریانس به مبداء اندازه‌گیری  $X, Y$  بستگی دارد.
۲. کوواریانس به واحد اندازه‌گیری  $X, Y$  بستگی ندارد.
۳. کوواریانس به مبداء اندازه‌گیری  $X, Y$  بستگی ندارد ولی به واحد اندازه‌گیری  $X, Y$  بستگی دارد.
۴. کوواریانس به مبداء و واحد اندازه‌گیری  $X, Y$  بستگی دارد.

۲- فرض کنید  $y = -3x + 3$  ضریب همبستگی  $X, Y$  کدام است؟

۱. -۱
۲. صفر
۳.  $\frac{1}{3}$
۴. ۳

۳- فرض کنید  $\rho(x, y) = 0$  در این صورت داریم .....

۱. برآورد ضریب همبستگی  $(r)$  نیز صفر میشود.
۲. برآورد ضریب همبستگی  $(r)$  قابل محاسبه نیست.
۳. برآورد ضریب همبستگی  $(r)$  متغیر تصادفی است و می تواند صفر نشود.
۴. برآورد ضریب همبستگی  $(r)$  مخالف صفر می شود.

۴- هرگاه داشته باشیم  $\sigma_x^2 = 1, \rho = \frac{1}{3}, \sigma_y^2 = 9, \mu_y = 2, \mu_x = 0$  بهترین تابع پیش بینی کننده خطی کدام است؟

۱.  $\ell(x) = 1 + x$
۲.  $\ell(x) = 2 + x$
۳.  $\ell(x) = 3 + x$
۴.  $\ell(x) = x$

۵- متغیر تصادفی  $X$  دارای میانگین  $\mu$  و واریانس  $\sigma^2$  می‌باشد، تابع  $h(a) = E(|x - a|)$  موقعی مینیمم می‌شود که ...

۱.  $a = \mu_x$
۲.  $a = \mu_y$
۳.  $a = \text{Median}(x)$
۴.  $a = \text{Mod}(x)$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

www.PnuNews.com

عنوان درس: رگرسیون، رگرسیون ۱

www.PnuNews.Net

رشته تحصیلی/کد درس: آمار، آمار ریاضی ۱۱۱۷۰۳۶ - آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۷۱۶۳

۶- آماره  $\frac{R\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-R^2}}$  برای آزمون  $H_0: \rho = 0$  تحت فرض نرمال دو متغیره بودن  $(x, y)$ ,  $n > 2$  از کدام توزیع پیروی می‌کند؟

۰۲. توزیع  $\chi^2$

۰۱. توزیع نرمال

۰۴. توزیع  $t$  با  $n-2$  درجه آزادی

۰۳. توزیع  $t$  با  $n-1$  درجه آزادی

۷- در مدل رگرسیونی  $(i = 1, 2, \dots, n) Y_i = a + bx_i + E_i$  داریم که  $(S_y^2 - \hat{b}^2 s_x^2)$  عبارت است از .....

۰۲. برآوردی اریب برای  $\sigma^2$

۰۱. برآوردی ناریب برای  $\sigma^2$

۰۴. برآورد حداکثر درست نمایی برای  $\sigma^2$

۰۳. برآورد گشتاوری برای  $\sigma^2$

۸- در یک مدل خطی ساده عبارت صحیح کدام است؟

۰۱.  $SSR, SSE$  می‌توانند مستقل نباشند.

۰۲. اگر  $\frac{SSR}{SSE}$  نزدیک یک باشد، نشان دهنده رابطه ضعیف بین دو متغیر  $X, Y$  است.

۰۳.  $\frac{SST}{\sigma^2} \cong X^2(n)$

۰۴. با فرض خطای نرمال  $SSR, SSE$  مستقل می‌باشند.

۹- برای بررسی نرمال بودن خطاها در یک مدل خطی رگرسیونی نمودار احتمال نرمال چگونه بدست می‌آید؟

۰۲. رسم نقاط  $(\hat{e}_i, \Phi(\frac{i-0.5}{n}))$

۰۱. رسم نقاط  $(\hat{e}_i, \Phi(\frac{i}{n}))$

۰۴. رسم نقاط  $(\hat{e}_i, \Phi^{-1}(\frac{i-0.5}{n}))$

۰۳. رسم نقاط  $(\hat{e}_i, \Phi^{-1}(\frac{i-0.5}{n}))$

۱۰- ماتریس متقارن  $A$  را چه زمانی نامنفی گویند؟

۰۱. هرگاه اگر  $A$  عدد نامنفی نداشته باشد

۰۲. هرگاه برای هر بردار  $x \neq 0$  داشته باشیم  $x'Ax > 0$

۰۳. هرگاه برای هر بردار  $x$  داشته باشیم  $x'Ax \geq 0$

۰۴. هرگاه برای هر بردار  $x$  داشته باشیم  $x'Ax > 0$  یا  $x'Ax \geq 0$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

www.PnuNews.com

www.PnuNews.Net

عنوان درس: رگرسیون، رگرسیون ۱

رشته تحصیلی/کد درس: آمار، آمار ریاضی ۱۱۷۰۳۶ - آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها ۱۱۷۱۶۳

$$\begin{aligned} T_1 &= 2y_1 + y_2 + y_3 \\ T_2 &= y_1 - y_2 - y_3 \end{aligned}$$

فرض کنید

به طوری که

$$\begin{aligned} E(y_1) = E(y_2) = 1, & \quad E(y_3) = -1 \\ V(y_1) = V(y_2) = 1, & \quad V(y_3) = 0 \\ \text{cov}(y_1, y_2) = 0, & \quad \text{cov}(y_1, y_3) = 0, \quad \text{cov}(y_2, y_3) = +1 \end{aligned}$$

بردار میانگین برای  $T = [T_1, T_2]'$  کدام است؟

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot 4 & \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \cdot 3 & \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix} \cdot 2 & \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot 1 \end{aligned}$$

۱۲- با مراجعه به مسأله (۱۱) ماتریس کوواریانس  $T$  کدام است؟

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} 4 & +1 \\ +1 & 7 \end{bmatrix} \cdot 4 & \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 7 \end{bmatrix} \cdot 3 & \begin{bmatrix} 7 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} \cdot 2 & \begin{bmatrix} 7 & -1 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} \cdot 1 \end{aligned}$$

۱۳- هنگامی که  $x, y$  دو بردار تصادفی  $n$  بعدی مستقل باشند داریم:

$$\begin{aligned} \sum_{x+y} &= \sum_x + \sum_y \cdot 2 & \sum_{x+y} &= \sum_x \sum_y \cdot 1 \\ \sum_{x+y} &= \sum_x - \sum_y \cdot 4 & \sum_{x+y} &= \underline{0} \cdot 3 \end{aligned}$$

۱۴- فرض کنید بردار  $y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} \sim N(\mu, \Sigma)$  باشد. برای بردار  $y_1$  به شرط داشتن بردار  $Y_2 = y_2$  داریم:

$$\begin{aligned} E(Y_1 | y_2) &= \mu_1 + \sum_{1,2} \Sigma_{22}^{-1} \sum_{21} \cdot 1 & E(Y_1 | y_2) &= \mu_1 + \sum_{1,2} \Sigma_{22}^{-1} (y_2 - \mu_2) \cdot 3 \\ E(Y_1 | y_2) &= \mu_1 + \sum_{1,2} \Sigma_{22}^{-1} (y_1 - \mu_1) \cdot 2 & E(Y_1 | y_2) &= \mu_1 - \sum_{1,2} \Sigma_{21}^{-1} \sum_{21} \cdot 4 \end{aligned}$$

۱۵- در مدل خطی چندگانه  $y = Xa + E$  یک برآورد ناریب برای  $\sigma^2$  عبارت است از:

$$\begin{aligned} & \frac{\|y - x\hat{a}\|^2}{n-k} \cdot 4 & \frac{\|y - x\hat{a}\|^2}{n} \cdot 3 & \frac{\|y - x\hat{a}\|^2}{n-1} \cdot 2 & \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \hat{E}_i^2 \cdot 1 \end{aligned}$$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

www.PnuNews.com

www.PnuNews.Net

عنوان درس: رگرسیون، رگرسیون ۱

رشته تحصیلی/کد درس: آمار، آمارریاضی ۱۱۷۰۳۶ - آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها ۱۱۷۱۶۳

۱۶- در مدل خطی چندگانه  $y = Xa + E$  چه موقع  $X'X$  وارون ندارد؟

۱. ستونهای  $X$  مستقل نباشد
۲. ستونهای  $X$  مستقل باشند
۳. ستونهای  $X$  پر رتبه ستونی نباشند
۴. ۱ و ۳ درست است.

۱۷- تابع  $a' = \sum_{i=1}^K c_i a_i$  برآورد پذیر است اگر .....  
 ۱. یک برآورد ناریب داشته باشد  
 ۲. یک برآورد با حداقل واریانس داشته باشد  
 ۳. تابع خطی  $t'y$  وجود داشته باشد که  $E(t'y) = c'a$  برای هر  $a$   
 ۴. موارد ۱ و ۲

۱۸- فرض کنید برای سه متغیر  $X_1, X_2, X_3$  داشته باشیم  $\rho_{12} = 0.9, \rho_{13} = 0.5, \rho_{23} = 0.4$

حال مطلوب است:  $\rho_{12|3}$

۱. ۰/۲۵
۲. ۰/۵
۳. صفر
۴. ۰/۳۵

۱۹- برای کاهش اثر هم خطی چه روشی را پیشنهاد می کنید؟

۱. استاندارد کردن متغیرها
۲. حذف داده‌های دورافتاده
۳. رگرسیون ستیغی
۴. به کار بردن قضیه گوس-مارکف

۲۰- کاربرد تبدیل لوجیت کدام است؟

۱. تبدیل یک مدل خطی به مدل لوجستیک
۲. برآورد پارامترهای مدل لوجستیک
۳. ساده کردن مدل لوجستیک
۴. خطی کردن مدل لوجستیک

### سوالات تشریحی

۱۰۴۰ نمره

۱- فرض کنید  $P$  فشار و  $V$  حجم یک نوع گاز باشد طبق قانون مربوط به گازها  $PV^A = BE$  که  $E > 0$  خطای ضربی می باشد.

با استفاده از داده های زیر  $B, A$  را برآورد کنید.

$V$	۵۰	۶۰	۷۰	۹۰	۱۰۰
$P$	۶۴/۷	۵۱/۳	۴۰/۵	۲۵/۹	۷/۸

مقدار  $P$  را برای  $V=80$  به طور متوسط پیش بینی نماید.

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

www.PnuNews.com

عنوان درس: رگرسیون، رگرسیون ۱

www.PnuNews.Net

رشته تحصیلی/کد درس: آمار، آمارریاضی ۱۱۱۷۰۳۶ - آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۷۱۶۳

نمره ۱.۴۰

۲- هرگاه رگرسیون  $Y$  روی  $X$  یک تابع خطی به صورت  $a + bx$  باشد ثابت کنید:

$$E(Y | X) = \mu_2 + \rho \frac{\sigma_2}{\sigma_1} (X - \mu_1)$$

$$E(\text{Var}(y | x)) = \sigma_2^2 (1 - \rho^2)$$

نمره ۱.۴۰

۳- فرض کنید:

$$Y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix} \approx N \left( \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right)$$

باشد. مطلوب است میانگین و ماتریس کوواریانس توزیع شرطی  $x_{(1)} | x_{(2)}$  وقتی که  $y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$

نمره ۱.۴۰

۴- مدل خطی زیر را در نظر بگیرید  $y = a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_3 x_3 + E$  یافته‌های یک نمونه تصادفی  $Y = (y_1, y_2, y_3, y_4)'$  با میانگین  $\underline{\mu} = (\mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4)'$  در جدول زیر داده شده است.

$y$	$x_1$	$x_2$	$x_3$
۰	۱	-۱	۰
۱	۰	۰	۱
-۱	۱	۰	۰
۲	۱	۱	۰

الف. مطلوب است برآورد  $\hat{y}$ .

ب. فرض  $H_0: 3a_1 - 2a_2 - a_3 = 0$  را در سطح معنی داری  $\alpha = 0.1$  آزمون کنید.

$$F_{0.1/9}(1/1) = 3.9/8.64$$

نمره ۱.۴۰

۵- ضریب همبستگی چندگانه و کاربرد آن را تعریف کنید.

هم خطی در مدل‌های رگرسیونی یعنی چه و برای کاهش آن چه روشی را پیشنهاد می‌کنید.