

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: هندسه دیفرانسیل موضعی

www.PnuNews.com

www.PnuNews.Net

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) (۱۱۱۱۰۴۹) - ریاضیات و کاربردها (۱۱۱۱۳۸۴)

۱- مشتق جهتی تابع $f = e^x \cos y$ در نقطه $(2, 0, -1)$ و در امتداد بردار $(2, -1, 3)$ کدام است؟

- ۰.۱ صفر ۰.۲ e^2 ۰.۳ $2e^2$ ۰.۴ $-2e^2$

۲- اگر $\phi = zdx + (x^2 + y^2)dy$ و $\varphi = \sin zdx + \cos xyzdz$ دو ۱-فرمی باشند، حاصل $\phi \wedge \phi + d^2\phi$ کدام است؟

۰.۱ $-(x^2 + y^2) \sin zdx \wedge dy - (x^2 + y^2) \cos xyzdy \wedge dz + z \cos xyzdx \wedge dz$

۰.۲ $(x^2 + y^2) \sin zdx \wedge dy - (x^2 + y^2) \cos xyzdy \wedge dz + z \cos xyzdx \wedge dz$

۰.۳ $-(x^2 + y^2) \sin zdx \wedge dy + (x^2 + y^2) \cos xyzdy \wedge dz - z \cos xyzdx \wedge dz$

۰.۴ $(x^2 + y^2) \sin zdy \wedge dx - (x^2 + y^2) \cos xyzdz \wedge dy + z \cos xyzdx \wedge dz$

۳- اگر E_1, E_2, E_3 یک میدان سه وجهی روی E^3 با فرمهای دوگان $\theta_i (1 \leq i \leq 3)$ و فرمهای همبندی $\omega_{ij} (1 \leq i, j \leq 3)$ باشد، کدام یک از معادلات زیر درست است؟

۰.۱ $d\theta_i = \sum_j \omega_{ij} \wedge \theta_j$

۰.۲ $d\omega_{ij} = \sum_k \omega_{ik} \wedge \theta_k$

۰.۳ $d\omega_{ij} = \sum_k \omega_{ik} \wedge d\theta_k$

۰.۴ $d\omega_{ij} = \sum_k d\omega_{ik} \wedge \theta_k$

۴- کدام گزینه صحیح است؟

۰.۱ شرط لازم و کافی برای آنکه خم α در E^3 مارپیچ باشد، آن است که خمیدگی و تاب آن ثابت و غیر صفر باشند.

۰.۲ شرط لازم و کافی برای آنکه خم α با تندی واحد در E^3 مارپیچ باشد، آن است که خمیدگی و تاب آن ثابت باشند.

۰.۳ شرط لازم و کافی برای آنکه خم α در E^3 مارپیچ باشد، آن است که خمیدگی و تاب آن ثابت باشند.

۰.۴ شرط لازم و کافی برای آنکه خم α با تندی واحد در E^3 مارپیچ باشد، آن است که خمیدگی و تاب آن ثابت و غیر صفر باشند.

۵- کدامیک از سطوح زیر یک رویه در فضا نیست؟

- ۰.۱ مخروط دورانی ۰.۲ مارپیچگون ۰.۳ سهمیگون بیضوی ۰.۴ هذلولیوار

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: هندسه دیفرانسیل موضعی

www.PnuNews.com

www.PnuNews.Net

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) (۱۱۱۱۰۴۹) - ریاضیات و کاربردها (۱۱۱۱۳۸۴)

۶- کدامیک از گزینه های زیر در مورد دستگاههای مختصات رویه ای درست است؟

۱. هر قطعه مختصاتی در یک رویه مجموعه باز را به یک مجموعه باز تصویر می کند.

۲. هر قطعه مختصاتی خاص در یک رویه مجموعه باز را به یک مجموعه باز تصویر می کند.

۳. تصویر هر قطعه مختصاتی در یک رویه لزومی ندارد که مجموعه ای باز باشد.

۴. هر قطعه مختصاتی در یک رویه لزومی ندارد که قطعه ای خاص باشد.

۷- فرض کنید $W = 2x^2U_1 + yz^2U_3$ و $v = (-2, 1, 1)$ در $p = (1, 2, -1)$ باشد. در این صورت $\nabla_v W$ کدام است؟۱. $-8U_1(p) - 4U_3(p)$ ۲. $-4U_1(p) - 4U_3(p)$ ۳. $-8U_1(p) - 2U_3(p)$ ۴. $-4U_1(p) - 2U_3(p)$

۸- کدام گزینه در مورد خمیدگی گاوسی یک رویه (K) درست نیست؟

۱. هر رویه با خمیدگی گاوسی منفی فاقد نقطه نافی است.

۲. خمیدگی گاوسی رویه های مینیمال حداکثر صفر است.

۳. علامت خمیدگی گاوسی یک رویه را می توان بدون انجام محاسبات و تنها با مشاهده شکل آن در نواحی مختلف رویه مشخص کرد.

۴. یک رویه با خمیدگی گاوسی غیر مثبت فاقد نقطه هامنی است.

۹- کدامیک از خمهای یک رویه همواره در جهت بیشترین خمیدگی رویه دیده می شود؟

۱. خمهای اصلی ۲. خمهای مجانبی ۳. خمهای منظم ۴. خمهای دوین

۱۰- هرگاه در هر نقطه از رویه ای دو امتداد مجانبی متعامد وجود داشته باشد، آن رویه چگونه است؟

۱. هموار ۲. مینیمال

۳. زینی ۴. چنین رویه ای نمی تواند وجود داشته باشد.

۱۱- در کدام نواحی از یک رویه خم مجانبی وجود ندارد؟

۱. نواحی که خمیدگی گاوسی در آن مثبت است. ۲. نواحی که خمیدگی گاوسی در آن منفی است.

۳. نواحی که خمیدگی میانگین در آن مثبت است. ۴. نواحی که خمیدگی میانگین در آن منفی است.

۱۲- یک شرط لازم و کافی برای آنکه تمامی نقاط یک رویه نافی باشد چیست؟

۱. رویه فشردده باشد. ۲. رویه بخشی از یک صفحه یا یک کره باشد.

۳. رویه یک کره کامل باشد. ۴. خمیدگی گاوسی رویه مثبت باشد.

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: هندسه دیفرانسیل موضعی

www.PnuNews.com

www.PnuNews.Net

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) (۱۱۱۱۰۴۹) - ریاضیات و کاربردها (۱۱۱۱۳۸۴)

۱۳- اگر $b \neq 0$ باشد، خمیدگی گاوسی ماریچگون $X(u, v) = (u \cos v, u \sin v, bv)$ برابر است با:

$$K = \frac{b^2}{(u^2 - b^2)^2} \quad .4 \quad K = \frac{-b^2}{(u^2 - b^2)^2} \quad .3 \quad K = \frac{-b^2}{(b^2 + u^2)^2} \quad .2 \quad K = \frac{b^2}{(b^2 + u^2)^2} \quad .1$$

۱۴- کدام گزینه به بیان صحیح قضیه انطباق خمها می پردازد؟

۱. اگر $\alpha, \beta: I \rightarrow E^3$ دو خم دلخواه باشد به طوریکه $K_\alpha = K_\beta$ و $\tau_\alpha = \pm \tau_\beta$ آنگاه دو خم قابل انطباقند.

۲. اگر $\alpha, \beta: I \rightarrow E^3$ دو خم با تندی واحد باشد به طوریکه $K_\alpha = K_\beta$ و $\tau_\alpha = \pm \tau_\beta$ آنگاه دو خم قابل انطباقند.

۳. اگر $\alpha, \beta: I \rightarrow E^3$ دو خم دلخواه باشد به طوریکه $K_\alpha = K_\beta$ و $\tau_\alpha = \tau_\beta$ آنگاه دو خم قابل انطباقند.

۴. اگر $\alpha, \beta: I \rightarrow E^3$ دو خم با تندی واحد باشد به طوریکه $K_\alpha = K_\beta$ و $\tau_\alpha = \tau_\beta$ آنگاه دو خم قابل انطباقند.

۱۵- اگر $E_i (1 \leq i \leq 3)$ یک میدان سه وجهی برازنده روی $M \subset E^3$ ، $\theta_i (1 \leq i \leq 3)$ فرمهای دوگان و $\omega_{ij} (1 \leq i, j \leq 3)$

فرمهای همبندی باشند معادله اساسی تقارن کدامیک از معادلات زیر است؟

$$\omega_{13} \wedge \theta_1 + \omega_{23} \wedge \theta_2 = 0 \quad .1 \quad \omega_{21} \wedge \theta_1 + \omega_{23} \wedge \theta_2 = 0 \quad .2$$

$$\omega_{21} \wedge \theta_1 + \omega_{23} \wedge \theta_2 = 0 \quad .3 \quad \omega_{21} \wedge \theta_2 + \omega_{23} \wedge \theta_3 = 0 \quad .4$$

۱۶- اگر F یک ایزومتري از E^3 باشد به طوریکه $F(\cdot) = 0$ ، در این صورت F کدامیک از تبدیلات زیر است؟

۱. انتقال ۲. دوران ۳. متعامد ۴. تجانس

۱۷- شرط لازم و کافی برای آنکه میدان برداری X روی یک خم متوازی باشد، آن است که:

۱. مشتق آن، X' صفر باشد. ۲. X ثابت باشد.

۳. X بینهایت بار مشتقپذیر باشد. ۴. X میدان برداری صفر باشد.

۱۸- تابع طول قوس خم $\alpha(t) = (\cosh t, \sinh t, t)$ کدام گزینه است؟

$$s(t) = \sqrt{2} \cosh t \quad .1 \quad s(t) = \cosh t \quad .2 \quad s(t) = \sinh t \quad .3 \quad s(t) = \sqrt{2} \sinh t \quad .4$$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

www.PnuNews.com

عنوان درس: هندسه دیفرانسیل موضعی

www.PnuNews.Net

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) (۱۱۱۱۰۴۹ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۸۴)

۱۹- فرض کنید $x(u, v) = (u, v, f(u, v))$ یک قطعۀ مختصات مونژ باشد. اگر x هموار باشد آنگاه:

۱. $f_{uu}f_{vv} - f_{uv}^2 > 0$ در هر نقطه ثابت است.

۲. $f_{uu}f_{vv} - f_{uv}^2 = 0$

۳. $f_{uu}f_{vv} - f_{uv}^2 > 0$

۴. $f_{uu}f_{vv} - f_{uv}^2 < 0$

۲۰- در کدامیک از خمهای زیر عملگر شکلی سرعت خم همواره بر سرعت خم عمود است؟

۱. خم اصلی ۲. خم دوپن ۳. خم منظم ۴. خم مجانبی

سوالات تشریحی

۱.۴۰ نمره

۱- نشان دهید که نگاره قطعۀ مختصاتی $X(u, v) = (u, v, \ln \cos v - \ln \cos u)$ یک روبه مینیمال

است و خمیدگی گاوسی آن برابر است با $K = \frac{-\sec^4 u \sec^4 v}{(1 + \tan^2 u + \tan^2 v)^2}$

۱.۴۰ نمره

۲- اجزای دستگاه فرنه خم $\alpha(t) = (3t - t^3, 3t^2, 3t + t^3)$ را در نقطه $(-2, 3, -4)$ روی خم محاسبه کنید.

۱.۴۰ نمره

۳- فرض کنیم $F: M \rightarrow N$ یک نگاشت روبه ها و ξ و η فرمهایی روی N باشند، ثابت کنید:

$$F^*(\xi \wedge \eta) = F^*\xi \wedge F^*\eta$$

۱.۴۰ نمره

۴- فرض کنید $F: E^n \rightarrow E^m$ یک نگاشت، α یک خم در E^n و $\beta = F(\alpha)$ نگاره خم α در E^m

باشد. ثابت کنید $\beta' = F_*(\alpha')$

۱.۴۰ نمره

۵- نشان دهید هر روبه خط دار M دارای خمیدگی گاوسی $K \leq 0$ است. علاوه براین، شرط لازم و کافی برای

$K = 0$ آن است که بردار عمود یکه U در طول مولد M متوازی باشد.