



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۷۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: جبر ۳

www.PnuNews.com

www.PnuNews.Net

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (هندسه)، ریاضی محض (آنالیز)

۱- فرض کنید G گروهی متناهی از مرتبه g و P عددی اولی باشد که $P \mid g$. H یک P -زیرگروه سیلوی G است هرگاه:

۱. $|H| = p^\alpha$ ، برای $\alpha \in \mathbb{N}$ ی.

۲. $|H| = p^\alpha$ که در آن α بزرگترین توان P در g است.

۳. $|H| = p$.

۴. $p \mid |H|$.

۲- فرض کنید G گروهی متناهی از مرتبه g و P عددی اولی باشد که $P \mid g$. فرض کنید H و H' دو P -زیرگروه سیلوی G باشند. در این صورت:

۱. به ازای هر $t \in G$ ، داریم $H = tH't^{-1}$.

۲. $t \in G$ وجود دارد به طوری که $H = tH't^{-1}$.

۳. H و H' هردو زیرگروه های نرمال از G هستند.

۴. $H = H'$.

۳- فرض کنید G گروهی متناهی از مرتبه g و P عددی اولی باشد که $P \mid g$. فرض کنید H یک زیرگروه نرمال G باشد. در این صورت:

۱. H با هر P -زیرگروه سیلوی G مزدوج است.

۲. H یک P -زیرگروه سیلوی G است.

۳. H تنها P -زیرگروه سیلوی G است.

۴. اگر H ، P -زیرگروه سیلوی G باشد، آن گاه H تنها P -زیرگروه سیلوی G است.

۴- فرض کنید G گروهی متناهی از مرتبه g و P عددی اولی باشد که $P \mid g$. اگر t برابر با تعداد P -زیرگروه های سیلوی G باشد آن گاه:

۱. باقیمانده تقسیم t بر P برابر است با $P-1$.

۲. باقیمانده تقسیم t بر P برابر است با ۱.

۴. t مضرب P است.

۳. باقیمانده تقسیم P بر t برابر است با ۱.



سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۷۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: جبر ۳

www.PnuNews.com

www.PnuNews.Net

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (هندسه)، ریاضی محض (تئوری)، ریاضی محض (تجزیه)

۵- فرض کنید P عدد اولی باشد. کدام گزینه درست است؟

۱. هر گروه متناهی که مرتبه اش مضربی از P باشد آبلی است.

۲. هر گروه متناهی که مرتبه اش مضربی از P^2 باشد آبلی است.

۳. هر گروه از مرتبه P^2 آبلی است.

۴. هر گروه آبلی از مرتبه P^2 دوری است.

۶- تعداد ۱۱- زیرگروه های سیلوی یک گروه متناهی از مرتبه ۱۴۳ برابر است با:

۱. ۱ ۲. ۲ ۳. ۴ ۴. صفر

۷- فرض کنید G گروهی با ۵۶ عضو باشد. در این صورت:

۱. G دارای ۷ زیر گروه ۸ عضوی و ۸ زیر گروه ۷ عضوی است.

۲. G دارای ۸ زیر گروه ۷ عضوی است.

۳. G دارای ۷ زیر گروه ۸ عضوی است.

۴. G حداقل دارای یک زیر گروه نرمال است.

۸- فرض کنید M یک مدول روی حلقه جابجایی R و ایده آلی از R باشد. کدام یک از عبارات زیر در مورد IM صحیح است؟

۱. IM زیرمدولی از M ، متشکل از حاصل جمع های متناهی از حاصل ضرب های عناصر I در عناصر M است.

۲. IM زیرمدولی از M ، متشکل از حاصل ضرب های عناصر I در عناصر M است.

۳. IM ایده آلی از R ، متشکل از حاصل جمع های متناهی از حاصل ضرب های عناصر I در عناصر M است.

۴. IM ایده آلی از R ، متشکل از حاصل ضرب های عناصر I در عناصر M است.

۹- فرض کنید M یک مدول روی حلقه جابجایی R و G_1 و G_2 زیرمدول هایی از M باشند. در این صورت $Ann((G_1 + G_2)/G_1)$ برابر است با:

۱. $(0 :_R G_2)$ ۲. $(0 :_R G_1)$ ۳. $(G_1 :_R G_2)$ ۴. $(G_2 :_R G_1)$



سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۷۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

www.PnuNews.com

www.PnuNews.Net

عنوان درس: جبر ۳

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (هندسه)، ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (توبولوجی)

۱۰- فرض کنید $L \xrightarrow{f} M \xrightarrow{g} N$ یک رشته دقیق (دنباله کامل) از R -مدول ها و R -همریختی ها باشد. در این صورت:

۱. تصویر f با هسته g برابر است.
۲. هسته f با تصویر g برابر است.
۳. f یک به یک و g پوشا است.
۴. $f \circ g = 0$.

۱۱- فرض کنید R یک حلقه جابجایی باشد. کدام گزینه صحیح است؟

۱. هر R -مدول، آزاد است.
۲. به ازای هر R -مدول یک R -مدول آزاد وجود دارد.
۳. هر R -مدول آزاد دارای یک پایه متناهی است.
۴. هر R -مدول دارای یک پایه است.

۱۲- کدام گزینه در مورد رتبه یک مدول آزاد صحیح است؟

۱. عدد اصلی یک پایه برای یک مدول آزاد برابر با رتبه آن است.
۲. تعداد عناصر یک پایه متناهی برای یک مدول آزاد برابر با رتبه آن است.
۳. هر مدول آزاد دارای رتبه ای متناهی است.
۴. تعداد عناصر یک مدول آزاد با تولید متناهی برابر با رتبه آن است.

۱۳- کدام گزینه در مورد $\mathcal{Q}$ به عنوان Z -مدول صحیح است؟

۱. نوتری است ولی آرتینی نیست.
۲. نوتری نیست ولی آرتینی است.
۳. نه نوتری است و نه آرتینی.
۴. هم نوتری است و هم آرتینی.

۱۴- فرض کنید M یک مدول روی حلقه جابجایی R باشد. کدام گزینه صحیح است؟

۱. اگر M با تولید متناهی باشد آن گاه M نوتری است.
۲. اگر M با تولید متناهی باشد آن گاه M آرتینی است.
۳. اگر R آرتینی باشد آن گاه M آرتینی است.
۴. اگر R آرتینی و M با تولید متناهی باشد آن گاه M آرتینی است.

۱۵- فرض کنید M یک مدول روی حلقه جابجایی R باشد. کدام گزینه صحیح است؟

۱. $R/Ann(M)$ یک R -مدول با تولید متناهی است.
۲. $R/Ann(M)$ یک R -مدول آرتینی است.
۳. M دارای ساختار $R/Ann(M)$ -مدولی است.
۴. $R/Ann(M)$ یک R -مدول نوتری است.



سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۷۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

www.PnuNews.com

www.PnuNews.Net

عنوان درس: جبر ۳

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض)، ریاضی (جبر)، ریاضی (محض)، ریاضی (هندسه)، ریاضی (محض)، ریاضی (محض)، ریاضی (محض)

۱۶- فرض کنید M یک مدول روی حلقه جابجایی R و N زیرمدولی از آن باشد. در این صورت:

۱. اگر $l(M) < \infty$ آن گاه $l(N) \leq l(M/N)$.
۲. اگر $l(M) < \infty$ آن گاه $l(M/N) \leq l(M)$.

۳. اگر $l(M) < \infty$ آن گاه $l(M/N) \leq l(N)$.
۴. $l(M) = l(N) + l(M/N)$.

۱۷- فرض کنید I ایده آلی از حلقه جابجایی R باشد. در این صورت:

۱. اگر R نوتری باشد آن گاه I شامل توانی از رادیکالش است.

۲. اگر رادیکال I با تولید متناهی باشد آن گاه I شامل رادیکالش است.

۳. اگر R نوتری باشد آن گاه I برابر با رادیکالش است.

۴. I شامل توانی از رادیکالش است.

۱۸- فرض کنید M یک مدول ناصفر روی حلقه جابجایی R و I ایده آلی از R باشد. کدام گزینه صحیح است؟

۱. اگر M با تولید متناهی و I مشمول در رادیکال جیکسون R باشد آن گاه $IM \neq M$.

۲. اگر M با تولید متناهی و I مشمول در رادیکال جیکسون R باشد آن گاه $IM = M$.

۳. اگر I مشمول در رادیکال جیکسون R باشد آن گاه $IM \neq M$.

۴. اگر I مشمول در رادیکال جیکسون R باشد آن گاه $IM = M$.

۱۹- فرض کنید R حلقه ای جابجایی و موضعی با تنها ایده آل ماکسیمال M باشد. در این صورت:

۱. به ازای هر ایده آل سره I از R داریم $\bigcap_{n=1}^{\infty} I^n = M$.
۲. به ازای هر ایده آل سره I از R داریم $\bigcap_{n=1}^{\infty} I^n = 0$.

۳. به ازای هر $n \in \mathbb{N}$ ، $I^n = 0$.
۴. به ازای هر $n \in \mathbb{N}$ ، $M^n = 0$.

۲۰- فرض کنید R حلقه ای جابجایی باشد. کدام گزینه صحیح است؟

۱. اگر R آرتمینی باشد آن گاه تعداد ایده آل های اول R متناهی است.

۲. اگر R نوتری باشد آن گاه تعداد ایده آل های ماکسیمال R متناهی است.

۳. اگر R نوتری باشد آن گاه تعداد ایده آل های اول R متناهی است.

۴. اگر R نوتری باشد آن گاه R آرتمینی است.



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۷۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: جبر ۳

www.PnuNews.com

www.PnuNews.Net

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض)، ریاضی (محض)، ریاضی (محض)، ریاضی (محض)، ریاضی (محض)، ریاضی (محض)، ریاضی (محض)، ریاضی (محض)

سوالات تشریحی

- ۱- فرض کنید P یک زیرگروه P -سیلو از یک گروه متناهی G باشد. فرض کنید H زیرگروهی از G شامل نرمال ساز P باشد. ثابت کنید $H = N_G(H)$.
نمره ۱.۴۰
- ۲- ثابت کنید هیچ گروه ساده از مرتبه ۳۰ وجود ندارد.
نمره ۱.۴۰
- ۳- فرض کنید $f: M \rightarrow L$ یک همریختی از مدولها روی حلقه جابجایی R باشد. ثابت کنید f یک تکریختی است اگر و فقط اگر به ازای هر دو R -همریختی $g, h: K \rightarrow M$ که $fg = fh$ ، داشته باشیم $g = h$.
نمره ۱.۴۰
- ۴- فرض کنید R حلقه ای تعویض پذیر و نوتری باشد. در اینصورت هر R -مدول متناهی مولد نوتری است.
نمره ۱.۴۰
- ۵- (الف) لم ناکایاما را بیان و ثابت کنید.
(ب) فرض کنید R حلقه ای جابجایی و N زیرمدول سره ای از R -مدول با تولید متناهی M باشد. فرض کنید I ایده آلی از R باشد به طوری که $I \subseteq \text{Jac}(R)$. ثابت کنید $IM + N \neq M$.
نمره ۱.۴۰